Présentation de la démonstration d'Euler

Léonard Euler manie les nombres relatifs et complexes avec ingéniosité et hardiesse, sans trop soulever de questions au sujet de la légitimité de ses constructions.

Dans un ouvrage destiné aux débutants (1770), il se trouve dans l'obligation de fournir des explications.

1. La multiplication d'une dette par un nombre positif
   n'offre guère de difficulté :
   trois dettes de a écus font une dette de 3a écus.
   Donc (– a) b = – (a b) .

   L'argument est sans valeur
   si le multiplicateur n'est pas entier.

2. Par commutativité, on en déduit que (– a) b = – ab.

   Que signifie (–3) gains de a écus ?

3. Il reste à déterminer ce qu'est le produit (– a) par (– b) .
   Il est clair que la valeur absolue est ab .
   Il s'agit donc de se décider entre + ab et – ab .
   Mais comme (– a) b vaut déjà – ab , il ne reste plus
   comme unique possibilité que (– a) (– b) = + ab.

Si Euler ne fournit pas de justification valable, c'est sans doute qu'il n'en connaissait pas de meilleure.