Les éléments d'Euclide

C'est avec Euclide vers 300 av. J.C, que la géométrie se détache des représentations empiriques de figures qu'on trace et sur lesquelles on procède à des constructions.
Euclide construit un système gouverné par la syntaxe d'un discours mathématique qui enchaîne déductivement les énoncés.
Apparaît ainsi la possibilité de la démonstration ;

Les **définitions**

Dans les définitions, Euclide s'efforce d'exprimer dans un langage abstrait les choses mathématiques élémentaires.

1. Le **point** est ce dont la partie est nulle.

2. Une **ligne** est une longueur sans largeur.

3. Les **extrémités d'une ligne** sont des points.

4. La **ligne droite** est celle qui est également placée entre ses points.

5. Une **surface** est ce qui a seulement longueur et largeur.

6. Les **extrémités d'une surface** sont des lignes.

7. La **surface plane** est celle qui est également placée entre ses droites.

8. Un **angle plan** est l'inclinaison mutuelle de deux lignes qui se touchent dans un plan, et qui ne sont point placées dans la même direction.

9. Lorsque les lignes, qui comprennent ledit angle, sont des droites, l'**angle** se nomme **rectiligne**.

10. Lorsqu'une droite tombant sur une droite fait deux angles de suite égaux entre eux, chacun des angles égaux est droit ; et la **droite** placée au-dessus est dite **perpendiculaire** à celle sur laquelle elle est placée.

11. L'**angle obtus** est celui qui est plus grand qu'un droit.

12. L'**angle aigu** est celui qui est plus petit qu'un droit.

13. On appèle **limite** ce qui est l'extrémité de quelque chose.

14. Une **figure** est ce qui est compris par une seule ou par plusieurs limites.

15. Un **cercle** est une figure plane, comprise par une seule ligne qu'on nomme **circonférence** ; toutes les droites, menées à la circonférence d'un des points placés dans cette figure, étant égales entre elles.

16. Ce point se nomme le **centre du cercle**.

17. Le **diamètre du cercle** est une droite menée par le centre, et terminée de part et d'autre par la circonférence du cercle : le diamètre partage le cercle en deux parties égales.

18. Un **demi-cercle** est la figure comprise par le diamètre, et la portion de la circonférence, soutendue par le diamètre.

19. *Un* ***segment de cercle*** *est la figure comprise par une droite et par la circonférence du cercle ; le demi-cercle étant plus grand ou plus petit que le segment.*

20. Les **figures rectilignes** sont celles qui sont terminées par des droites.

21. Les **figures trilatères** sont terminées par trois droites.

22. Les **quadrilatères**, par quatre.

23. Les **multilatères**, par plus de quatre.

24. Parmi les figures trilatères, le **triangle équilatéral** est celle qui a ses trois côtés égaux.

25. Le **triangle isocèle**, celle qui a seulement deux côtés égaux.

26. Le **triangle scalène**, celle qui a ses trois côtés inégaux.

27. De plus, parmi les figures trilatères, le **triangle rectangle** est celle qui a un angle droit.

28. **Le triangle obtusangle**, celle qui a un angle obtus.

29. Le **triangle acutangle**, celle qui a ses trois angles aigus.

30. Parmi les figures quadrilatères, le **quarré** est celle qui est équilatérale et rectangulaire.

31. Le **rectangle**, celle qui est rectangulaire, et non équilatérale.

32. Le **rhombe**, celle qui est équilatérale, et non rectangulaire.

33. Le **rhomboïde**, celle qui a ses côtés et ses angles opposés égaux entre eux, et qui n'est ni équilatérale ni rectangulaire.

34. Les autres quadrilatères, ceux-là exceptés, se nomment **trapèzes**.

35. Les **parallèles** sont des droites, qui, étant situées dans un même plan, et étant prolongées à l'infini de part et d'autre, ne se rencontrent ni d'un côté ni de l'autre.

Les postulats ou demandes

Cependant, si le point, la ligne, etc. reçoivent une définition abstraite, celle-ci reste purement nominale. De telles définitions nous disent seulement comment les concevoir sans image sensible, mais on ne peut rien faire de ces définitions. On ne sait comment les utiliser pour construire les objets géométriques.
Dès lors, il faut chercher les vraies définitions dans les postulats qui énoncent des règles de construction.
Que demande Euclide ? Qu'on puisse utiliser la règle et le compas.

1. Conduire une droite d'un point quelconque à un point quelconque.

2. Prolonger indéfiniment, selon sa direction, une droite finie.

3. D'un point quelconque, et avec un intervalle quelconque, décrire une circonférence de cercle.

4. Tous les angles droits sont égaux entre eux.

5. Si une droite, tombant sur deux droites, fait les angles intérieurs du même côté plus petits que deux droits, ces droites, prolongées à l'infini, se rencontreront du côté où les angles sont plus petits que deux droits.

Les « notions communes »

Il s'agit des règles de raisonnement qui relèvent du principe de non-contradiction : « Il est impossible que l'affirmation et la négation soient vraies et fausses en même temps » (Aristote, *Métaphysique*,).

1. Les choses égales à une même chose, sont égales entre elles.

2. Si à des choses égales, on ajoute des choses égales, les touts seront égaux.

3. Si de choses égales, on retranche des choses égales, les restes seront égaux.

4. Si à des choses inégales, on ajoute des choses égales, les touts seront inégaux.

5. Si de choses inégales, on retranche des choses égales, les restes seront inégaux.

6. Les choses, qui sont doubles d'une même chose, sont égales entre elles.

7. Les choses, qui sont les moitiés d'une même chose, sont égales entre elles.

8. Les choses, qui s'adaptent entre elles, sont égales entre elles.

9. Le tout est plus grand que la partie.